Le Jeu Du Chocolat

Année scolaire 2018-2019

Participants

Élèves

Gabriel Anjuere (1^{re}S1), Chloé Gabarren (TS2), Bastien Girault (TS2), Ambre Gourdier (1^{re}S4), Maxime Ponty-Bento (TS2) Roman Robin (1^{re}S2) du lycée Marguerite de Navarre de Bourges.

Professeurs

Olivier Créchet, Nathalie Herminier et Guillaume Pelletier du lycée Marguerite de Navarre.

Chercheur

Benjamin Nguyen du groupe INSA Centre Val de Loire.

Notre sujet

Durant cette année, nous avons étudié un jeu que l'on renomme Jeu Du Chocolat dans nos ateliers MATh.en.JEANS.

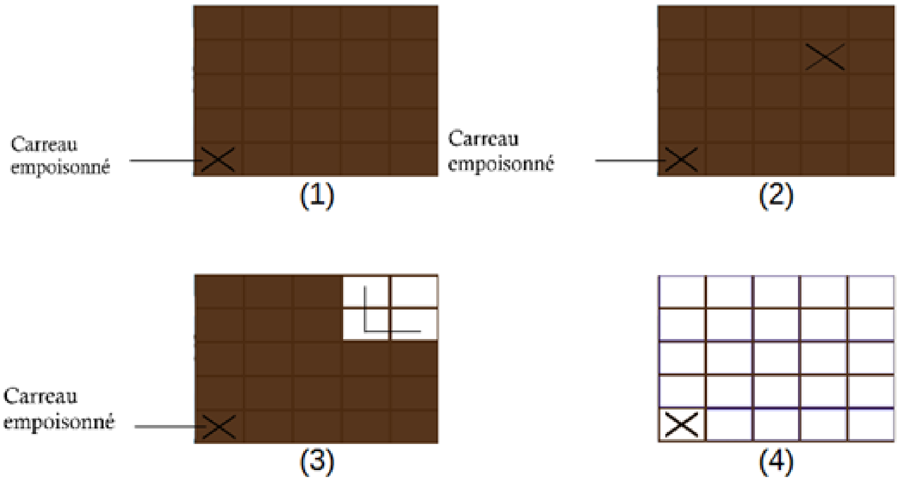
Notre chercheur nous a donné le sujet suivant :
Le jeu du chocolat, c'est un jeu où deux joueurs mangent chacun leur tour sur une tablette de chocolat de forme rectangulaire et de taille quelconque. Lorsque le joueur mange un bout de la tablette, il sélectionne un morceau pour pouvoir manger tous les morceaux qui se trouvent en haut et à droite de ce morceau ainsi que ce dernier. L'objectif est de ne pas manger le carré de chocolat empoisonné situé en bas à gauche.

Avec ces règles, notre objectif est donc de gagner. Nous nous sommes donc poser les questions suivantes :
Peut-on trouver une stratégie performante pour gagner ?
Peut-on calculer le nombre moyen de coups pour une partie ?

Dans un premier temps, nous vous montrerons notre étude manuelle de configurations simples pour ensuite voir en quoi l'algorithme permet d'aller plus loin pour finalement confronter différentes stratégies.

Introduction

Tout d'abord, explicitons les règles fournies du jeu en question :



(1) Voici un exemple de tablette possible. Elle est de dimension 5x5 et le carreau empoisonné est celui comportant une croix. On dit que ce carreau est le morceau (0 ;0).

(2) Je sélectionne le morceau (3 ;3).

(3) Je mange ainsi tous les carreaux se trouvant en haut et à droite de celui-ci ainsi que ce dernier.

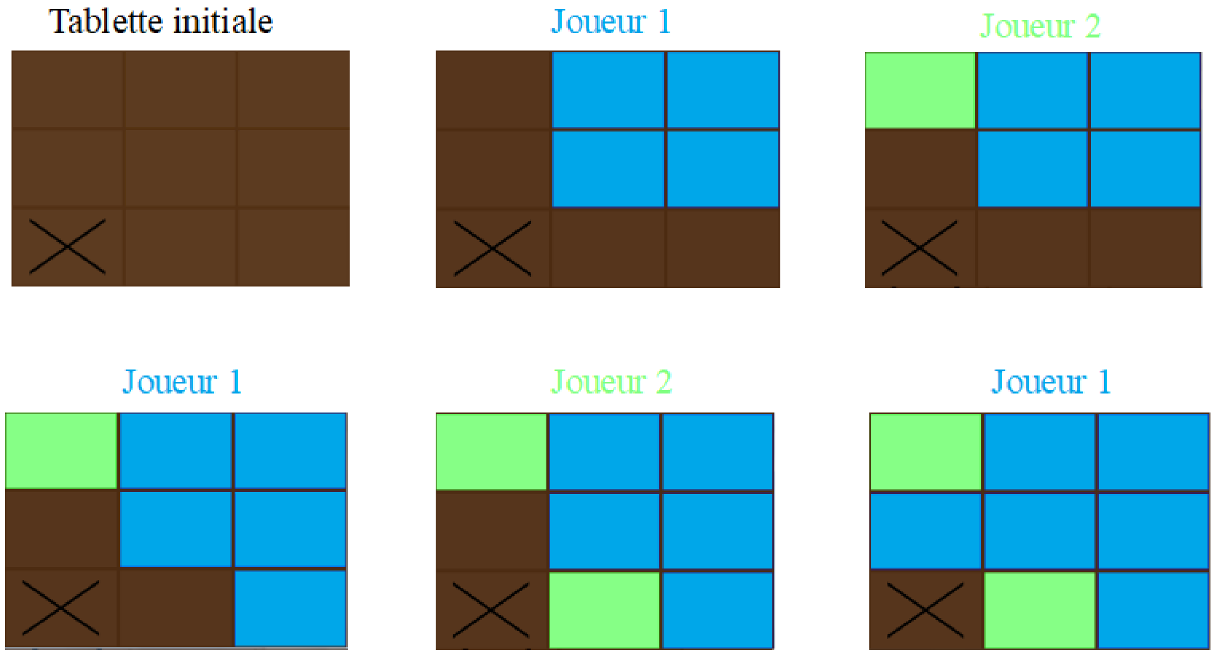
(4) Lorsque j'ai mangé le carreau (0 ;0), j'ai mangé le carreau empoisonné, donc j'ai perdu.

Etude systématique de cas simples

Dans un premier temps, nous avons cherché des stratégies, des configurations gagnantes par simulation manuelle. Par succession de parties, nous avons trouvé quelques configurations gagnantes et perdantes.

La Tablette Carrée

La tablette est dite de configuration carrée lorsque sa hauteur ($h = k$ avec $k \in \mathbb{N}$) est égale à sa largeur ($l = k$) et que le carré de la tablette (k ;k) contient un morceau de chocolat.
Lorsqu'un joueur est confronté à cette configuration, il a la possibilité de gagner à chaque coup, on peut en voir une illustration dans l'image à la page suivante :



Nous allons démontrer par récurrence forte que le joueur 1 a bien une stratégie gagnante pour tout carré de dimensions $n \times n$ avec $n \in \mathbb{N}$.
On considère une tablette de dimension $n \times n$ dans un repère orthonormé où la case empoisonnée est l'origine $(0\,;0)$. La case au-dessus d'elle est en position $(0\,;1)$, celle à sa droite est en position $(1\,;0)$.
Pour obtenir une configuration gagnante, le joueur 1 doit toujours commencer par jouer en position $(1\,;\,1)$. On obtient alors un L symétrique de côté n, on veut alors montrer que si le joueur 2 joue en premier alors le joueur 1 gagne.
Tout d'abord, montrons que pour tout carré de côté n on peut se ramener à un L symétrique de côté n.
Si le joueur 1 joue en position $(1\,;\,1)$ alors on a un L symétrique de côté n.
Nous allons montrer par récurrence forte la propriété suivante :
On considère pour tout n entier naturel avec $n \leq 2$, $\mathrm{P}(n)$: « Pour une configuration de L symétrique de côté n, quelque soit le jeu du joueur 2, le joueur 1 a une configuration gagnante. »
Initialisation :
On vérifie la propriété $\mathrm{P}(n)$ pour $n = 2$.
On a un L symétrique de dimension 2. Lorsque le joueur 2 jouera, soit en position $(1\,;0)$ ou $(0\,;1)$, en jouant par symétrie on obtient la même configuration c'est-à-dire un L symétrique où il ne reste plus que le carré empoisonné pour l'adversaire. Le joueur 2 a donc perdu.
Donc P_2 est vraie.
Hérédité :
Nous supposons avoir une stratégie gagnante pour le joueur 1 pour un certain n $\geq$ 2. On veut donc montrer que la propriété est vraie pour $n+1$ aussi, donc que le joueur 1 a une stratégie gagnante tout L symétrique de dimension j avec j $\in [\![2; n]\!]$. Le joueur 2 joue sur la longueur ou la hauteur du L symétrique et donne donc un L non symétrique au joueur 1. Le joueur 1 joue en utilisant notre stratégie, c'est-à-dire en jouant symétriquement et donne donc un L symétrique de côté inférieur ou égale à n à l'adversaire. On reconnait un L symétrique de côté $n+1-h$ avec $h \in \mathbb{N}^*$. Donc on applique P_{n+1-h} et finalement, le joueur 1 a une configuration gagnante. P_{n+1} est vraie aussi.
Conclusion :
Par récurrence forte la propriété $\mathrm{P}(n)$ est vraie pour tout n un entier positif appartenant à l'intervalle $[\![2;+\infty\,[\![$.
La configuration carrée est donc une configuration gagnante.

Cas Particulier : le « Presque-Carré »

La tablette est dite de configuration « presque-carrée » lorsque sa hauteur $y = k$ avec $k \in \mathbb{N}$ est égale à sa largeur $x = k$, que le carré de la tablette $(k\,;\,k)$ ne contient pas de morceau de chocolat mais que le carré (1 ;1) au moins est plein.

"presque-carré" de 5 sur 5

Dans une telle configuration, il est possible d'appliquer la méthode précédente, c'est donc une configuration gagnante.

Cas Particuliers : les L symétriques et non-symétriques

La tablette est dite de configuration en L symétrique lorsque sa hauteur $y = k$ avec $k \in \mathbb{N}$ est égale à sa largeur $x = k$ et que le carré (1 ;1) est vide.

L symétrique de 4 sur 4

Dans une telle configuration, en jouant par symétrie, il est possible de remporter la victoire, c'est donc une configuration gagnante.

La tablette est dite de configuration en L non-symétrique lorsque sa hauteur $y = k$ avec $k \in \mathbb{N}$ n'est pas égale à sa largeur $x = k'$ avec k' $\in \mathbb{N}$ avec $k \neq k'$ et que le carré (1 ;1) est vide.

L non symétrique

Dans une telle configuration, l'adversaire peut jouer en symétrie, ce dernier a donc la possibilité de remporter la victoire, c'est donc une configuration perdante.

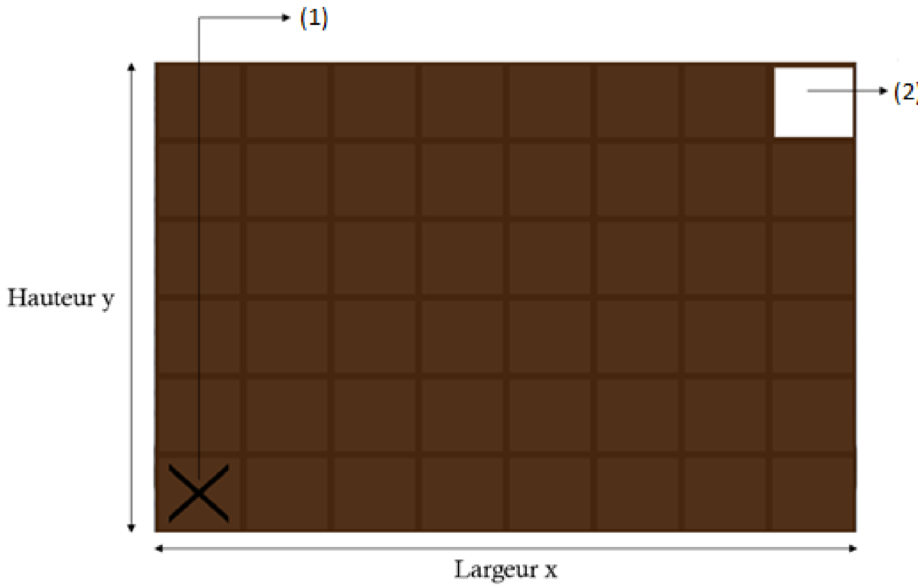
La configuration en 2xn

La tablette est dite de configuration $2 \times n$ lorsque sa hauteur est égale à 2 et sa largeur est égale à n avec $n \in \mathbb{N}$ ou lorsque sa hauteur est égale à n avec $n \in \mathbb{N}$ et sa largeur est égale à 2. Dans une telle configuration, nous avons établi une stratégie permettant de gagner à tous les coups.

Nous allons démontrer par récurrence forte que le joueur 1 a une solution gagnante pour une configuration en $2 \times n$.
Nous prendrons dans chacun des exemples une configuration ou $x = 2$ et $y = n$ mais cela fonctionne également dans l'autre sens.
On veut donc montrer qu'avec cette configuration, si le joueur 2 joue en premier alors le joueur 1 gagne.
Tout d'abord, montrons que tout rectangle de côté $2 \times n$ se ramène à la configuration en escalier.
Si le joueur 1 joue en position $(x_{max}\,;\,y_{max})$ alors on a une configuration en escalier avec une différence de 1 de côté n et $n - 1$.

Nous allons démontrer par récurrence forte la propriété suivante :
On considère pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, P(n) : « Pour toute configuration en escalier de valeur n et $n - 1$, le joueur 2 joue, le joueur 1 a une solution gagnante. »
Initialisation :
On vérifie la propriété pour $n = 1$. On a une configuration en escalier ou la colonne de gauche est égale à n $(n = 1)$ et la colonne de droite est égale à $n - 1$ $(1 - 1 = 0)$.
Donc P_1 est vraie.
Hérédité :
Nous supposons avoir une stratégie gagnante pour le joueur 1 pour toute configuration en escalier de dimension j avec j $\in [\![1; n]\!]$.
Il y a 2 cas possible, le joueur 2 joue à gauche ou le joueur 2 joue a droite.
<u>1er cas</u> : le joueur 2 joue dans la colonne de gauche.
Le joueur 2 joue dans la colonne de gauche et emmène à un rectangle de dimension $2 \times ((n + 1) - h)$
Le joueur 1 joue en utilisant notre stratégie et ramène à une configuration en escalier de valeur inférieur ou égale à n.
On reconnait une configuration en escalier de hauteur $n + 1 - h$ avec $h \in \mathbb{N}^*$.
Donc on applique P_{n+1-h} et le joueur 1 a une solution gagnante.
<u>2nd cas</u> : le joueur 2 joue dans la colonne de droite.
Le joueur 2 joue dans la colonne de droite et mène à une configuration en escalier avec une différence de $h + 1$.
Le joueur 1 joue en utilisant la stratégie pour avoir une configuration en escalier de différence 1.
On reconnait une configuration en escalier de hauteur $n + 1 - h$ avec $h \in \mathbb{N}^*$.
Donc on applique P_{n+1-h} et le joueur 1 a une solution gagnante.
Donc P_{n+1} est vraie aussi.
Conclusion :
Par récurrence forte la propriété P(n) est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
Donc la configuration $2 \times n$ est une configuration gagnante.

Voir plus loin à l'aide d'un programme



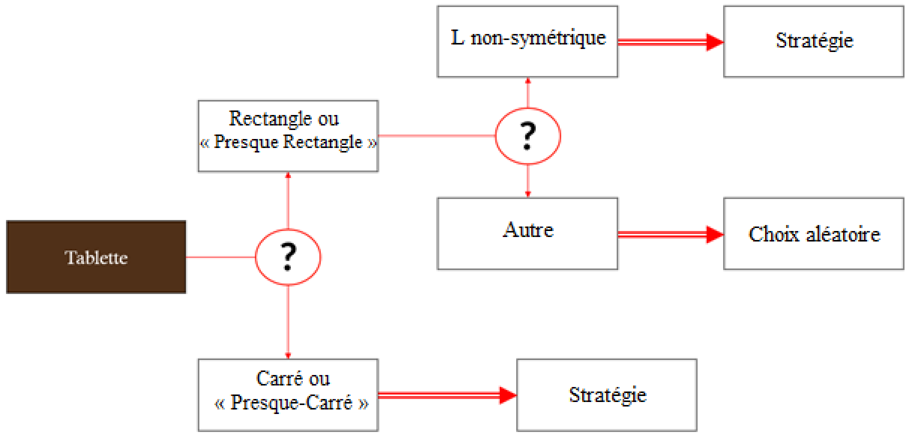
Puisque l'étude systèmatique de tous les cas est très fastidieuse, nous avons décidé de nous aider d'un programme sous le logiciel Python.

Afin de différencier les carrés mangés et les carrés non mangés de la tablette, celle-ci est mémorisée par une liste de listes contenant uniquement des 1 et des 0. Le chiffre 1 signifie que le carré de chocolat n'a pas été mangé et 0 pour un carré mangé. La case (1) est donc symbolisée par un 1 alors que la case (2) est symbolisée par un 0.

En quoi consiste le programme ?
On va analyser la configuration de la tablette, puis si nous connaissons uns stratégie gagnante afin de gagner la partie, nous l'appliquons, sinon, nous faisons un choix aléatoire.

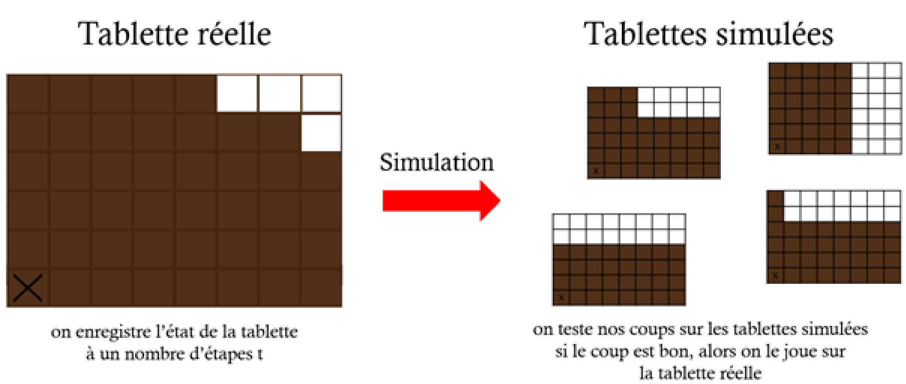
Un choix aléatoire, qu'est-ce que c'est ?
Si le nom donné de "choix aléatoire" peut sembler contradictoire, il allie en fait deux notions. C'est un choix car nous choisissons de ne pas jouer aux endroits où l'on sait déjà que l'on perd la partie. C'est tout de même un choix aléatoire car nous ne savons pas quel morceau exactement nous allons prendre.
Ainsi, à chaque fois que c'est au tour du programme, on va regarder sous quelle forme est la tablette. Est-ce que c'est un carré ?
S'il se trouve que la tablette forme un carré, nous pouvons appliquer la stratégie de la première partie. Il faut jouer sur la case (2,2), ainsi, l'adversaire sera obligé de jouer aux cases sous la forme $(1\,;\,x)$ avec x qui appartient aux entiers naturels, ou sous la forme $(x\,;\,1)$.
Si la tablette n'est pas un carré, alors il faut se poser une autre question. Est-ce que la tablette forme un « presque-carré » ? Est-ce qu'on est confronté à un L-non symétrique ? Ou bien est-ce que l'on ne reconnait aucune configuration spécifique ?
Si la tablette forme un presque carré, alors il suffit d'appliquer la méthode du carré.
Si c'est un L non symétrique, alors il suffit de jouer en symétrie sur la colonne ou la ligne restante où l'adversaire n'a pas joué.
Dans le cas où nous ne reconnaissons pas de configuration particulière, on applique alors le choix aléatoire.

Ainsi, nous pouvons résumer notre programme par le schéma suivant :



En quoi consiste le choix aléatoire ?
L'objectif du choix aléatoire, puisqu'il n'est pas possible de gagner directement, c'est de ne pas perdre au coup d'après. On fait donc en sorte de ne pas donner une configuration gagnante à l'adversaire.
Ainsi, il ne faut pas donner de carré, de presque-carré ou de L-non symétrique à l'adversaire (il va de soi qu'il ne faut pas jouer non plus sur la case (1 ;1).

Comment faire pour être sûr de ne pas donner une configuration gagnante à l'adversaire ?
Pour pouvoir tester nos coups, on ne va pas jouer directement sur la tablette de jeu (la tablette réelle), mais on va simuler nos coups sur des copies de la tablette réelle. Par conséquent, nos essais n'auront aucun effet sur la partie en cours. Il suffit d'enregistrer l'état de la tablette pour pouvoir la copier sur une copie. Après avoir joué le coup que nous voulons tester, on va regarder si nous ne nous retrouvons pas dans une configuration perdante. Ce choix aléatoire implique donc de l'anticipation. On va alors pouvoir anticiper n fois pour un coup pour ne pas perdre au coup n.



On appelle un bon coup un mouvement qui nous permet de ne pas perdre lorsque l'adversaire jouera sur la tablette réelle.

N'y-a-t-il pas des limites à l'anticipation ?

Si la technique de l'anticipation parait géniale, cette technique a cependant ses limites.
En effet, plus on anticipe, plus il y a de configurations et de morceaux à analyser et donc plus c'est coûteux en temps pour le programme. Cela peut être accentué par la longueur de la tablette. De plus, plus on anticipe, plus on se rend compte qu'on a aucune certitude du jeu de l'adversaire, cette technique ne permet donc pas de gagner à tous les coups. En effet, on ne pourra pas prédire le jeu de l'adversaire, puisqu'il y a plusieurs coups possibles à jouer.

La stratégie de l'aléatoire

Nous nous sommes demandés quelles étaient les possibilités du jeu aléatoire.
Le principe est le suivant :
- Soit une tablette de dimensions nb_x et nb_y (avec nb_x et nb_y des entiers supérieurs ou égaux à 5 correspondant respectivement au nombre de carrés en largeur et au nombre de carrés en hauteur).
- On considère deux joueurs jouant telle ou telle stratégie dont un jouant aléatoirement, c'est-à-dire que ce joueur « choisit » aléatoirement un carré parmi toute la tablette et par causalité ceci entraîne la disparition de tous les carrés à sa droite et au-dessus de lui.

Nous nous sommes alors posés la question suivante :
Quelle probabilité ce premier joueur aléatoire a-t-il de gagner la partie et en combien de coups moyens peut-il espérer remporter le jeu ?

Pour ce faire, nous avons donc conçu un programme nous permettant de traduire ce problème et avons mis en situation plusieurs joueurs s'affrontant avec différentes stratégies.
Le joueur 1 dans notre programme est celui qui jouera toujours en aléatoire qu'il commence ou non la partie. L'objectif du programme était de déterminer la probabilité de victoire pour le joueur 1. Pour ce faire, il suffit de se rappeler la définition de probabilité. Pour être plus rigoureux, le résultat obtenu n'est pas vraiment une probabilité mais plutôt une fréquence . Cette fréquence étant obtenue à partir d'un nombre élevé de simulations, on peut l'assimiler à une probabilité, comprise dans un intervalle de confiance d'amplitude : $\frac{2}{\sqrt{n}}$.

Résolution du problème sur une tablette en 1D

Le programme de manière simplifiée et représentation de la tablette

Dans un premier temps, l'objectif que nous voulions atteindre était de déterminer la probabilité de victoire pour le joueur 1.

Le programme

Pour ce faire, nous avons effectué de nombreuses simulations en langage Python. Que fait le programme ? (simplifié, pour le moment)
-Il génère une tablette de dimensions X et Y aléatoires ($X \geq 5$ et $Y \geq 5$).
-On effectue alors une partie entre les deux joueurs.
Si le vainqueur est le joueur 1, on enregistre son score dans un tableau de données (une liste) : on obtient alors le nombre de coups avec lequel il a gagné et sa victoire.
On répète ces trois étapes c fois, en sachant que plus c est grand, plus l'échantillon sera grand et plus l'on pourra déterminer la valeur de la probabilité avec précision.
Exemple : L'ordinateur génère une tablette de 5×5*.*
Deux joueurs s'affrontent : Pierre et Louis.
On effectue 500 parties.
Pierre en gagne 240 avec à chaque fois un certain nombre de coups.
On enregistre alors ce nombre de victoires (et au passage le nombre de coups associé à chaque tablette dans une liste).

Enfin tout ce que nous avons fait pour une tablette, nous le répétons pour différentes tablettes avec des dimensions X et Y différentes à chaque fois.
→ On effectue une boucle imbriquée dans une autre.

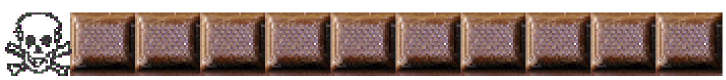
En terme d'algorithmique, le programme (de manière Générale !) est de la forme suivante :
Pour a allant de 0 à 30 : (Ici on va tester sur 30 tablettes)
X ← Nombre aléatoire entre 5 et 50 (le nombre 50 sert d'exemple)
Y ← Nombre aléatoire entre 5 et 50 (le nombre 50 sert d'exemple)
Pour c allant de 0 à 500 : (on joue 500 parties avec la même tablette)
(On joue une partie)
Afficher (Nombre de parties gagnées / $(a+1)$ x $(c+1)$) Sans ajouter 1, $a = 29$, $c = 499$
Afficher (Nombre de parties gagnées / $(a+1)$ x $(c+1)$) Sans ajouter 1, $a = 29$, $c = 499$

Dans cet exemple, on utilise 30 tablettes de longueur et largeur comprises entre 5 et 50. Et pour chacune d'elles, on génère 500 parties.

Bien entendu, le « programme » présenté ci-dessus est la version extrêmement simplifiée et ne correspond pas au vrai programme utilisé qui effectue plus d'itérations.

La représentation de la tablette en 1 dimension

En 1 dimension, nous avons un point translaté vers la gauche ou vers la droite, autrement dit une segment. Au demeurant, un point correspondant à un carré, on en déduit qu'une tablette en 1 dimension correspond à une succession horizontale de carrés de chocolat.

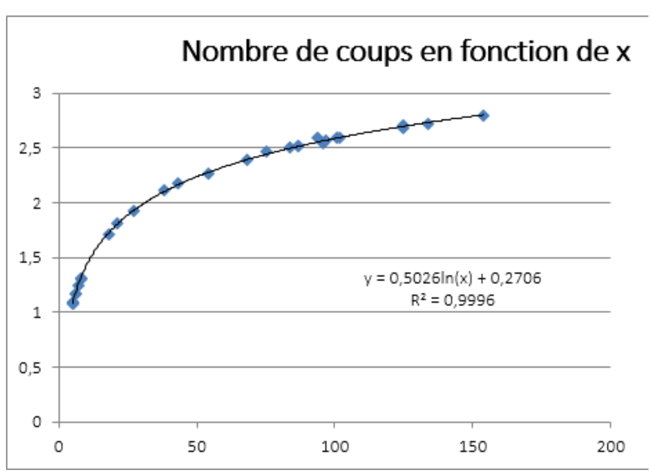


Exemple : ci-dessus une tablette en 1 dimension à 11 carrés de chocolat.

Aléatoire vs Aléatoire

On met en situation deux joueurs ayant la même stratégie qui consiste à retirer un carré aléatoirement. Pour résoudre le problème, nous avons fait des simulations avec des joueurs jouant complètement aléatoirement. Nous avons après plusieurs essais (plus de 500 modélisations) trouvé une fréquence avoisinant 1/2, le joueur 1 commençant ou non.

Sur le graphique ci-dessous, à chaque nombre de carrés sur la tablette, on associe un nombre de coups.



Par exemple, si sur une tablette de 11 carrés, le joueur 1 gagne en 2 coups, on associe alors 10 à 2.

On répète ce processus un certain de nombre de fois pour obtenir plusieurs points de coordonnées (X ; coups) que l'on place ensuite sur un graphique.

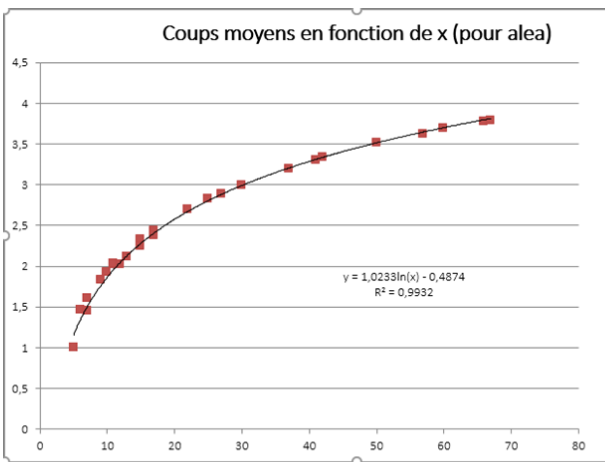
Nous avons ainsi déterminé un modèle logarithmique de la forme $aln(x) + b$, (a, b) $\in R_+^*$.
Comment comprendre ce modèle ? En abscisse, on a le nombre de carrés total de la tablette (=X) en 1 dimension. En ordonnée, on a le nombre de coups associé à X.

Par ailleurs on a un coefficient de corrélation R^2 égal à 0,9996. Plus R^2 est proche de 1 et plus le modèle théorique ($y = f(x)$) et le modèle expérimental (points déterminés par simulation) sont proches. Ici R^2 est très proche de 1 donc on peut affirmer que ce modèle logarithmique décrit bien la situation réelle entre deux joueurs jouant aléatoirement.

Aléatoire vs stratégie du carré unique

Cette stratégie du carré unique est une stratégie prudente. En effet, celle-ci consiste à ne prendre qu'un seul carré à la fois. Nous avons effectué des simulations et obtenu le graphique ci-dessous.

Nous avons ainsi déterminé encore une fois un modèle logarithmique de la forme $aln(x) + b$, (a, b) $\in R_+^*$
Encore une fois, R^2 est très proche de 1 donc les deux modèles concordent.



Par ailleurs, nous avons déterminé que la fréquence que le joueur 1 gagne face au joueur ne retirant qu'un seul carré à la fois est :
-s'il commence de 0.367222
-s'il ne commence pas de 0.3571592.

Les deux fréquences étant assez proches, un seul graphique décrivant les deux cas (joueur 1 qui commence ou qui ne commence pas) suffit.
Par conséquent, sur une tablette à une dimension, on a plus de chances de gagner en ne retirant qu'un seul carré à la fois plutôt qu'en jouant totalement aléatoirement.

Jusqu'ici, nous avons différentes stratégies et leurs utilités sur une tablette à une dimension. Voyons ce qu'il en est du jeu « traditionnel », c'est-à-dire sur une tablette à deux dimensions.

Résolution du problème sur une tablette en 2D

Représentation de la tablette

Une tablette en 2 dimensions est la translation d'une succession de carrés de chocolat vers le haut ou vers le bas (ici vers le haut car la fameuse ligne en question contient le carré empoisonné situé normalement en bas à gauche).

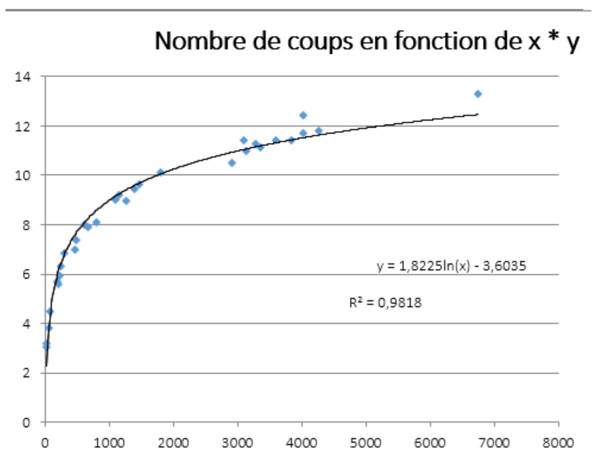
Exemples : ci-dessus des tablettes en 2 dimensions de 5×5 *et* 13×7.

Aléatoire vs Aléatoire

Comme pour une tablette à 1 dimension, on met ici en jeu deux joueurs ayant tous deux un jeu aléatoire, sur une tablette de côtés entiers X et Y supérieurs ou égaux à 5.

Nous avons là encore effectué des simulations et déterminé une fréquence théorique avoisinant 1/2, peu importe si le joueur 1 commence ou non.

A chaque nombre total de carrés de chocolat dans la tablette on associe un nombre de coups moyens de gagner. Nous avons alors obtenu le modèle suivant :



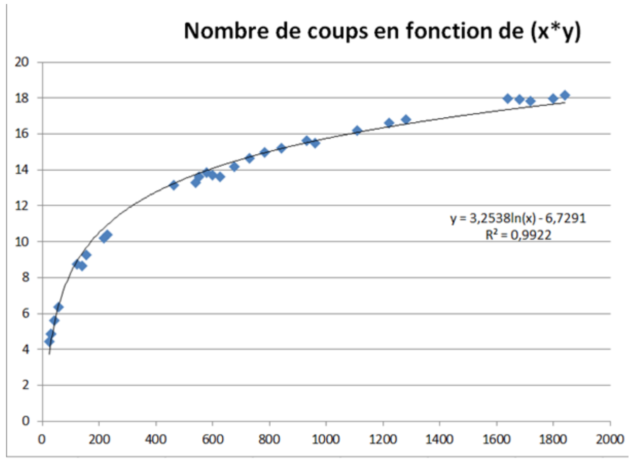
Nous avons là encore effectué des simulations et déterminé une fréquence de 1/2, peu importe si le joueur 1 commence ou non.

Là encore, à chaque nombre total de carrés de chocolat dans la tablette on associe un nombre de coups moyens de gagner. Nous avons alors obtenu le modèle suivant :
Nous obtenons encore une fois un modèle logarithmique de la forme $aln(x) + b, (a, b) \in R^2$. $R^2 = 0{,}9818$ et avoisine 1 donc le modèle est cohérent.

Aléatoire vs stratégie du carré unique

Comme pour une tablette à une dimension, cette stratégie ne consiste qu'à retirer un seul carré à la fois.

Après simulations, nous avons obtenu le modèle suivant :



On obtient encore une fois un modèle logarithmique et un modèle cohérent.

Par ailleurs, nous avons déterminé que la fréquence que le joueur 1 gagne face au joueur ne retirant qu'un seul carré à la fois est :
-s'il commence de 0.48
-s'il ne commence pas de 0.48

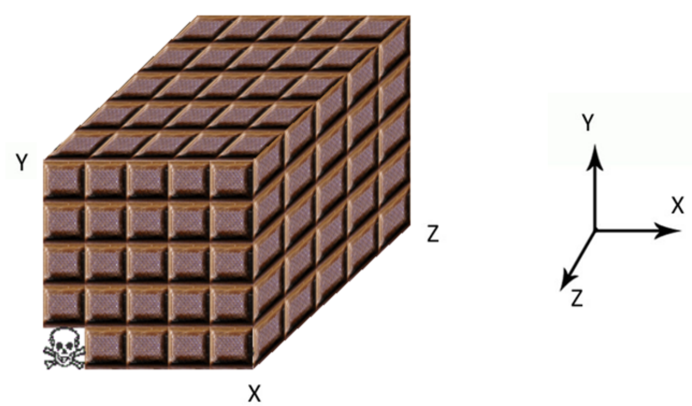
Les deux fréquences étant identiques (ou quasiment identiques), un seul graphique décrivant les deux cas (joueur 1 qui commence ou qui ne commence pas) suffit.

On observe que pour le joueur 1, la fréquence de gagner est plus élevée sur une tablette en deux dimensions que sur une tablette à une dimension. Ceci a été corroboré également pour une tablette en 3 dimensions.

Résolution du problème sur une tablette en 3D

Représentation de la tablette

En 3 dimensions, on a un cube (ou un pavé droit) résultant de la translation d'un rectangle ou d'un carré vers l'avant ou vers l'arrière.



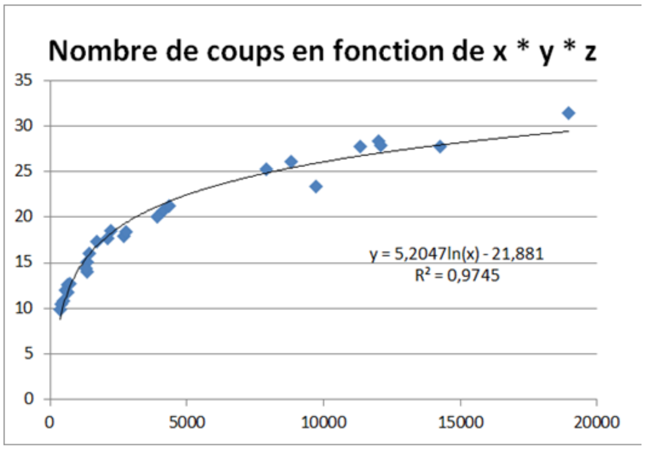
<u>Exemple</u> : ci-dessus une tablette en 3 dimensions de $5 \times 5 \times 5$.

Aléatoire vs Aléatoire

En 3 dimensions, lorsqu'on supprime un carré, on supprime également les carrés en haut, à sa droite, et tous ceux situés sur l'axe z. En fait, on effectue la même opération qu'en 2D sauf qu'on la prolonge également en profondeur.

Comme pour tous les cas précédents, nous avons, après simulations, trouvé un modèle logarithmique de la forme $aln(x) + b$, a et b étant des réels.

Nous avons également constaté que la fréquence pour le joueur 1 de gagner s'il commence ou pas est de 1/2.

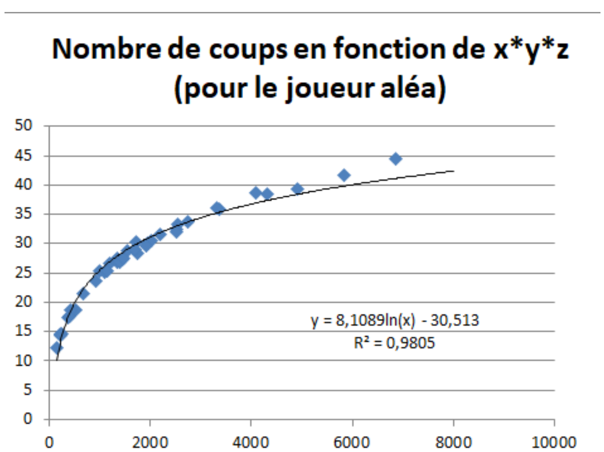


R^2 est un peu plus petit que dans les simulations précédentes mais est néanmoins relativement proche de 1 donc le modèle est cohérent.

Aléatoire vs Aléatoire

En 3 dimensions, le joueur 2 va simplement aller retirer le carré situé le plus profondément dans la tablette. Les simulations nous révèlent encore une fois un modèle logarithmique mais nous constatons que la probabilité pour le joueur 1 de gagner est de :
-0.5017 s'il commence
-0.5099 s'il ne commence pas.

Ainsi, la fréquence théorique de gagner avoisine 1/2 en 3 dimensions .

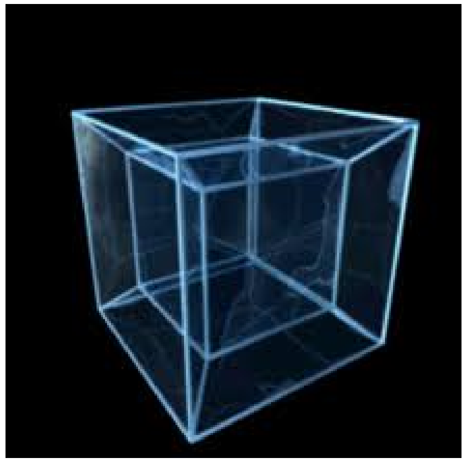


On voit également que R^2 est plus petit qu'en 2 et 1 dimensions. Néanmoins R^2 est proche de 1 donc le modèle logarithmique est encore cohérent.

Résolution du problème sur une hyper-tablette de dimension n (avec $n \geq 4$)

Tentative de représentation de l'hyper-tablette

En quatrième dimension, on a une hyper-tablette qui résulte de la translation d'un cube vers l'ana ou vers la kata. La quatrième dimension étant très compliquée à s'imaginer, nous avons basé nos résultats sur les dimensions inférieures.



Exemple : ci-dessus un hypercube de dimension 4

Aléatoire vs Aléatoire

En 1, 2 et 3 dimensions, nous avons déterminé un modèle logarithmique de la forme $aln(x) + b$, a et b étant des réels. Ainsi, nous pouvons conjecturer que pour les dimensions supérieures, nous aurons également un modèle logarithmique.

Nonobstant, il est intéressant de voir que si n augmente, alors R^2 diminue. Ainsi, nous pouvons également conjecturer qu'à partir d'une certaine dimension n entière, le modèle logarithmique ne sera plus cohérent avec les résultats expérimentaux.

En ce qui concerne la fréquence de gagner, on peut admettre qu'elle avoisine 1/2. En effet, si les 2 joueurs jouent de la même façon, alors ils ont autant de chances de gagner et de perdre. Cependant, on peut également reconsidérer ceci en accordant une place non négligeable à l'influence du début de la partie.

Aléatoire vs stratégie du carré unique

De même que dans les modélisations des dimensions inférieures, on s'attend à conserver la cohérence du modèle et la nature de celui-ci.

Nous avons également conjecturé que la fréquence théorique de gagner pour le joueur 1 devrait tendre de manière asymptotique vers 1/2 (lorsque la dimension augmente).

Conclusion

Notre première problématique était la suivante :
Peut-on trouver une stratégie performante pour gagner ?
Dans certaines configurations, nous avons vu que nous sommes certains de gagner, dans un Carré ou un « Presque-Carré », un L symétrique et dans une configuration $2 \times n$, dans d'autres nous sommes certains de perdre, comme dans le L non-symétrique. Notre stratégie la plus performante est donc celle du choix aléatoire qui se base sur les observations précédentes, accompagné de l'anticipation, mais il est certainement probable que nous n'ayons pas encore découvert d'autres configurations perdantes et gagnantes. Il faut que nous poursuivions nos recherches par simulations de parties.

Notre seconde problématique était la suivante :
Peut-on calculer le nombre moyen de coups pour une partie ?
En conclusion, pour toutes les dimensions testées (de la dimension 1 à la dimension 3) il semble que le nombre moyen de coups pour une partie en fonction du nombre de carrés de chocolat contenus dans la tablette suive un modèle logarithmique, bien que nous ne l'ayons pas encore démontré.